UNIVERSITE PAUL SABATIER TOULOUSE III

EMPCH1M1
SCIENCES PHYSIQUES ET CHIMIQUES FONDAMENTALES
EM8PCEA2E1

Année 2013/2014

PARTIEL DE PHYSIQUE ATOMIQUE

Mercredi 12 mars 2014 - Durée 1h30

TOUT DOCUMENT INTERDIT – CALCULATRICES AUTORISEES

EXERCICE 1 : HYDROGENE MUONIQUE

L'hydrogène muonique est l'atome formé d'un proton de masse $m_p = 1836\ m_e$, m_e étant la masse de l'électron, et d'un muon μ. Ce dernier est une particule élémentaire de même charge q_e que l'électron, de spin ½ mais de masse $m_\mu = 207\ m_e$. Les atomes muoniques peuvent être ainsi formés par capture de muons par le champ coulombien des noyaux atomiques cibles.

1. Calculer l'énergie E_n d'un état lié quelconque de l'hydrogène *électronique* à partir du modèle de Bohr. La masse réduite du système sera notée μ que l'on comparera ensuite à m_e, on posera $e^2 = \dfrac{q_e^2}{4\pi\varepsilon_0}$ avec ε_0 la permittivité du vide et -en outre- tout effet de structure fine sera négligé.
2. En déduire *–en eV-* les énergies $E_1(\mu p)$ et $E_2(\mu p)$ des deux premiers états de l'hydrogène muonique.
3. Etablir l'expression donnant les rayons successifs des orbites de Bohr de l'hydrogène *électronique* en écrivant la quantification du moment cinétique. On prendra bien soin de définir les termes et constantes physiques utilisées.
4. En déduire les valeurs numériques des rayons des deux premières orbites de Bohr de l'hydrogène muonique $r_1(\mu p)$ et $r_2(\mu p)$.

EXERCICE 2 : ORDRE DE GRANDEUR DES TERMES DE STRUCTURE FINE DE L'ATOME D'HYDROGENE

On se propose d'évaluer l'ordre de grandeur des termes de structure fine de l'atome d'hydrogène par rapport aux énergies cinétique T et potentielle U de l'électron.

1. Calculer W_v la correction relativiste de l'énergie cinétique de l'électron à partir de la relation $E^2 = p^2c^2 + m_e^2c^4$, E représentant son énergie totale, $p = m_e v$ sa quantité de mouvement, v sa vitesse et c la célérité de la lumière dans le vide. Etablir le rapport W_v / T en fonction de la constante $\alpha = v / c = 1 / 137$ dont on précisera préalablement la signification physique. Calculer ce rapport.
2. Après avoir rappelé *de façon qualitative* toutes les étapes de l'établissement du terme de correction spin-orbite dont la valeur vaut $W_{SO} = \dfrac{e^2}{2m_e^2c^2}\dfrac{1}{r^3}\vec{L}.\vec{S}$ (attention : *on ne demande pas la démonstration complète*) et après avoir précisé les significations de r, $\vec{L}$ et $\vec{S}$,

établir le rapport W_{SO} / U en fonction de la constante α, puis le calculer après avoir choisi une valeur pertinente de r.

3. La valeur moyenne du terme de Darwin $\langle W_D \rangle$ étant donnée par $\langle W_D \rangle = \frac{\pi e^2 \hbar^2}{2m_e^2 c^2} \left| \Psi(\vec{0}) \right|^2$, avec $\hbar$ et $\Psi(\vec{0})$ respectivement constante de Planck réduite et fonction d'onde à l'origine, préciser pour quel type d'orbitale ce terme est non nul. A l'aide du tableau ci-dessous, établir le rapport $\langle W_D \rangle / \langle H_0 \rangle$ en fonction de la constante α sachant que la valeur moyenne du hamiltonien non perturbé de l'atome d'hydrogène vaut $\langle H_0 \rangle \approx m_e c^2 \alpha^2$. Le calculer.

On donne :

Premières fonctions d'onde de l'atome d'hydrogène :

niveau 1s	$\varphi_{n=1,l=0,m=0} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0}$
niveau 2s	$\varphi_{n=2,l=0,m=0} = \frac{1}{\sqrt{8\pi a_0^3}} \left(1 - \frac{r}{2a_0}\right) e^{-r/2a_0}$
niveau 2p	$\varphi_{n=2,l=1,m=1} = -\frac{1}{8\sqrt{\pi a_0^3}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0} \sin\theta\, e^{i\varphi}$ $\varphi_{n=2,l=1,m=0} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi a_0^3}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0} \cos\theta$ $\varphi_{n=2,l=1,m=-1} = \frac{1}{8\sqrt{\pi a_0^3}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0} \sin\theta\, e^{-i\varphi}$

Quelques constantes physiques :

$m_e = 9{,}10953 \times 10^{-31}\ kg$
$h = 6{,}62618 \times 10^{-34}\ Js$
$-q_e = 1{,}602189 \times 10^{-19}\ C$
$c = 2{,}99792458 \times 10^{8}\ ms^{-1}$